MATHEMATICS
رياضيات

المنهج العربي

2025

للثالث المتوسط

الجزء الأول

الأستاذ نوار التميمي

ماجستير علوم رياضيات

الفصل الاول : العلاقات والمتباينات في الأعداد الحقيقية

الدرس [1-1] ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

[1 − 1 − 1]	استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية

تعرفنا سابقًا على مجموعة الاعداد الحقيقية و تقسم الى :-

1. **مجموعة الاعداد الطبيعية** و يرمز لها بالرمز N وهي $N = \{1,2,3,4,5, \dots \dots\}$.
2. **مجموعة الاعداد الكلية** و يرمز لها بالرمز W وهي $W = \{0,1,2,3,4,5, \dots \dots\}$.
3. **مجموعة الاعداد الصحيحة** و يرمز لها بالرمز Z وهي $Z = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \dots \dots\}$.

4. **مجموعة الاعداد النسبية** و يرمز لها بالرمز Q وهي $N \subset W \subset Z \subset Q$. وتقسم Q الى :
   - ✓ مجموعة الاعداد التي يمكن جعلها على شكل كسري $b \neq 0$, $\frac{a}{b}$ مثل $\frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{7}{3}, \frac{8}{1}, \frac{1}{5}$
   - ✓ مجموعة الاعداد الدورية مثل 1.61616 و 0.33333 ومجموعة الاعداد المنتهية مثل 1.5
5. **مجموعة الاعداد الغير نسبية** و يرمز لها بالرمز H و تقسم الى :
   - ✓ مجموعة الاعداد العشرية الغير دورية و مجموعة الاعداد العشرية الغير منتهية مثل الثابت $\pi = 3.1415926535897$.
   - ✓ مجموعة الاعداد التي لا يمكن ايجاد جذورها مباشرتا مثل $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[3]{11}$
6. **مجموعة الاعداد الحقيقية** و هي $N \subset W \subset Z \subset (Q \cup H) \subset R$.

خواص الجذور التربيعيـة $\sqrt{a}$

مثال	خواص الجذور التربيعية
$\sqrt{10} = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{5} \times \sqrt{2}$	$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $b \neq 0$
$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$	$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$
$\sqrt[2]{3^5} = 3^{\frac{5}{2}}$	$\sqrt[2]{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$ 2 قوة الجذر و n اس العدد تحت الجذر

بعض الجذور التربيعيـة المباشرة

$\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$

قواعـد اساسيـة في تبسيط الجمل العدديـة

1. ضرب عدد في مقدار جبري باستخدام خاصية التوزيع :

$$\sqrt{2}(\sqrt{8}-\sqrt{2}) = \sqrt{2}\times\sqrt{8}-\sqrt{2}\times\sqrt{2} = \sqrt{2\times 8}-2 = \sqrt{16}-2 = 4-2 = 2$$

2. ضرب مقدار جبري في مقدار جبري باستخدام خاصية التوزيع :

$$\begin{aligned}(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{8}) &= \sqrt{5}\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{8}=\sqrt{2}\times\sqrt{5}-\sqrt{2}\times\sqrt{8}\\ &= 5-\sqrt{5\times 8}+\sqrt{2\times 5}-\sqrt{2\times 8}=5-\sqrt{40}+\sqrt{10}-\sqrt{16}\\ &= 5-2\sqrt{10}+\sqrt{10}-4=1-\sqrt{10}\end{aligned}$$

3. فتح مربع حدانية (المربع الكامل) بأستخدام القانون :

$$(a\pm b)^2 = (\text{الاول})^2 \pm 2(\text{الاول})(\text{الثاني}) + (\text{الثاني})^2$$

اشارة الحد الوسط — موجب دائمًا

$$(a\pm b)^2 = (a)^2 \pm 2(a)(b) + (b)^2$$
$$(x+4)^2 = (x)^2 - 2(x)(4) + (4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

4. تحليل الفرق بين مربعين:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

يجب ان تكون اشارة الحد الوسط سالبة و ليس من الضروري ان يكون الحد الاول و الحد الثاني مربعًا كاملاً (يعني اس الحد تربيع).

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$
$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$
$$x^2 - 2 = (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$$

مثال : بسط الجمل العددية التالية بأستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

اذا كانت الأقواس متشابهة و أشارة الوسط مختلفة مباشرة نختار احد الأقواس نربع الحد الاول و نضع اشارة سالبة في الوسط و نربع الحد الثاني كما في المثال 1.

1. $(\sqrt{12}-\sqrt{18})(\sqrt{12}+\sqrt{18}) = (\sqrt{12})^2 - (\sqrt{18})^2 = 12-18 = -6$

اذا كانت الأقواس مختلفة و الحدود مختلفة نستخدم خاصية التوزيع كما في المثال 2.

2. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$$= \sqrt{2}\times\sqrt{5}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{5}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$
$$= \sqrt{2\times 5}+\sqrt{2\times 3}-\sqrt{3\times 5}-3 = \sqrt{10}+\sqrt{6}-\sqrt{15}-3$$

3. $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = \cdots H.W \quad \Rightarrow \quad Ans = 2$

4. $(2-\sqrt{2})(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \cdots H.W \quad \Rightarrow \quad Ans = 2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2+$

5. $\sqrt{6}(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{7})^2 - 2\times\sqrt{7}\times\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 7 - 2\sqrt{7\times2} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$

6. $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

بإستخدام مربع حدانية

$= (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 3 + 2\sqrt{3\times5} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$

7. $(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2 = \cdots H.W \quad \Rightarrow \quad Ans = 11 + 2\sqrt{30}$

خواص الجذور التكعيبية $\sqrt[3]{a}$

خواص الجذور التكعيبية	خواص الجذور التربيعية
$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8\times2} = \sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[3]{a\times b} = \sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b}$
$\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}$	$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad , \quad b\neq0$
$\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3\times9} = \sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a^3} = a$
$\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$	$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$
$\sqrt[3]{3^5} = 3^{\frac{5}{3}}$	$\sqrt[3]{a^n} = a^{\frac{n}{3}}$

بعض الجذور التكعيبية المباشرة

$\sqrt[3]{0}=0$, $\sqrt[3]{1}=1$, $\sqrt[3]{8}=2$, $\sqrt[3]{27}=3$, $\sqrt[3]{64}=4$, $\sqrt[3]{125}=5$,
$\sqrt[3]{125}=5$, $\sqrt[3]{216}=6$, $\sqrt[3]{343}=7$

مثال : بسط الجمل العددية الاتية بأستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية :

1. $(\sqrt{125}-\sqrt{20})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right) = (5\sqrt{5}-2\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right) = 3\sqrt{5}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{6}{3}\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

نحلل دواخل الجذور الغير مباشرة الى عواملها الاولية

داخل الجذر ←	5	20
خارج الجذر ← 2	2	10
	2	2
		1

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2. $\left(\sqrt{18}-\sqrt{50}\right)\left(-\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}}=\cdots H.W \quad \Longrightarrow \quad Ans=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

خارج الجذر ← 5	5	50
	5	10
داخل الجذر ←	2	2
		1

$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

3. $\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)\div\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}\right)$

$=\left(\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\div\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\times\left(\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\right)\times\left(\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\right)\times\left(\frac{3\sqrt{3}}{-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})}\right)=-1$

خارج الجذر ← 3	3	27
	3	9
داخل الجذر ←	3	3
		1

$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

$3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})$

4. $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}}\div\frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}}=\cdots H.W \quad \Longrightarrow \quad Ans=\frac{\sqrt{3}}{15}$

خارج الجذر ← 5	5	125
	5	25
داخل الجذر ←	5	5
		1

$\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

بعض الجذور التربيعية غير المباشرة

$\sqrt{2}\simeq 1.4\ ,\sqrt{3}\simeq 1.7\ ,\sqrt{5}\simeq 2.2\ ,\sqrt{6}\simeq 2.4\ ,$
$\sqrt{7}\simeq 2.6\ ,\sqrt{8}\simeq 2.8\ ,\sqrt{11}\simeq 3.3\ ,\sqrt{13}\simeq 3.6$

مثال : جد سرعة التسونامي التقريبية إذا كان عمق المياه 1000 متر .

الحل

قانون حساب سرعة التسونامي حيث d تمثل عمق المياه

سرعة التسونامي التقريبية $v=\sqrt{9.6d}=\sqrt{9.6\times 1000}=\sqrt{9600}\approx 98\ m/sec$

مثال : بسط الجمل العددية التالية بأستعمال ترتيب العمليات وأكتب الناتج لأقرب عشرة :

1. $\sqrt{12}\left(\sqrt{3}-\sqrt{8}\right)-6=\sqrt{12}\times\sqrt{3}-\sqrt{12}\times\sqrt{8}-6$

$=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}-6$

$=2\times3-4\sqrt{3\times2}-6$

$=6-4\sqrt{6}-6=-4\sqrt{6}\simeq-4\times2.4\approx-9.6$

خارج الجذر ← 2	2	12
	2	6
داخل الجذر →	3	3
		1

$\sqrt{12}=3\sqrt{2}$

2. $\sqrt{7}\left(\sqrt{28}-\sqrt{2}\right)=\cdots H.W \quad\Longrightarrow\quad Ans\approx10.36$

3. $(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{1}{9}\sqrt{28}\right)=\sqrt[3]{-27}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{1}{9}2\sqrt{7}\right)$

$=-3\left(\frac{\sqrt{7}}{9}-\frac{2\sqrt{7}}{9}\right)=-3\left(\frac{\sqrt{7}-2\sqrt{7}}{9}\right)=-3\left(\frac{-\sqrt{7}}{9}\right)=\frac{\sqrt{7}}{3}\simeq\frac{2.6}{3}\approx0.9$

خارج الجذر ← 2	2	28
	2	14
داخل الجذر →	7	7
		1

$\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

$\sqrt{7}\approx0.9$

$(-27)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{-27}=-\sqrt[3]{27}=-3$

$-(-\sqrt{7})=\sqrt{7}$

4. $(-125)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{12}\right)=\sqrt[3]{-125}\left(\frac{\sqrt{3}}{10}-\frac{2\sqrt{3}}{4}\right)$

$=-5\left(\frac{\sqrt{3}}{10}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=-5\left(\frac{-4\sqrt{3}}{10}\right)=\frac{20\sqrt{3}}{10}=2\sqrt{3}$

$\approx2\times(1.7)\approx3.4$

$(-125)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{-125}=-5$

$\sqrt{3}\approx1.7$

ملاحظـــة / عند تحليل الجذور الغير مباشرة الى عواملها الاولية : هي الاعداد التي لا تقبل القسمة الا على نفسها و الواحد ما عدى الواحد مثل ... $2, 3, 5, 7, 11, \ldots$

- **في الجذور التربيعية** : نأخذ من كل عاملين اوليين متشابهين عامل واحد نضعه خارج الجذر و العامل المختلف يبقى داخل الجذر.
- **في الجذور التكعيبية** : نأخذ من كل ثلاث عوامل اولية متشـابهة عامل واحد نضـعه خارج الجذر و العامل المختلف يبقى داخل الجذر.

$\sqrt{15} = \sqrt{5} \times \sqrt{3}$

5. $5\sqrt{\frac{3}{15}} + 2\sqrt{\frac{4}{5}} - 5\sqrt{\frac{1}{125}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{2\sqrt{4}}{\sqrt{5}} - \frac{5\sqrt{1}}{\sqrt{125}}$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{3}} + \frac{2\times 2}{\sqrt{5}} - \frac{5(1)}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5+4-1}{\sqrt{5}} \approx \frac{8}{2.2} \approx 3.6$$

ملاحظة / اذا كان المقام يحتوي على جذر فيجب التخلص منه هنالك حالتان :

1) اذا كان المقام يتكون من حد واحد نقوم بالضرب والقسمة على نفس المقام . أي أن :

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

2) اذا كان المقام يتكون من حدين (مقدار جبري) نقوم بضرب البسط والمقام بمرافق المقام (نفس المقدار لكن عكس اشارة الحد الوسط) .

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

مثال: بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

1) $\frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}-5}{5}$

2) $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{4\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-3}{4\times 3} = \frac{\sqrt{3}-3}{12}$

مثال : بسط الجمل العددية التالية بأستعمال تنسيب المقام و ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

في هذا المثال نتخلص من الجذور بالمقام يضرب البسط و المقام بنفس الجذور و لكن عكس اشارة الوسط (العامل المنسب).

1. $\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}$

$$= \frac{2\times 3\times\sqrt{7}+7\times\sqrt{3}}{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2} = \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{4(3)-7}$$

$$= \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{12-7} = \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{5}$$

مرافق العدد الجبري
$2\sqrt{3}-\sqrt{7}$ هو $2\sqrt{3}+\sqrt{7}$

$\sqrt{21} = \sqrt{7} \times \sqrt{3}$

2. $\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{7}-3\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7})^2-(3\sqrt{5})^2}$

$=\frac{(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times3\sqrt{5}+(3\sqrt{5})^2}{7-45}=\frac{7-6\sqrt{7\times5}+9(5)}{7-45}=\frac{7-6\sqrt{35}+45}{-38}$

$=\frac{52-6\sqrt{35}}{-38}=\frac{2(26-3\sqrt{35})}{-38}=\frac{26-3\sqrt{35}}{-19}$

3. $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$=\frac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{10\times\sqrt{6}-\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\frac{5\sqrt{6}-3}{2(3)}-\frac{10\sqrt{6}-\sqrt{6}}{2(6)}$

$=\frac{5\sqrt{6}-3}{6}-\frac{2(5\sqrt{6}-6)}{12}=\frac{5\sqrt{6}-3}{6}-\frac{5\sqrt{6}-3}{6}=0$

	5	50
	5	10
خارج الجذر ← 5	2	2
		1

داخل الجذر ←

$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

4. $\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}}-\frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{11}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}}-\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}$

$=\frac{\sqrt{11}(\sqrt{3}-1)}{3\sqrt{11}}-\frac{\sqrt{5}(2\sqrt{3}-1)}{5\sqrt{5}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{2\sqrt{3}-1}{5\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{2\sqrt{3}-1}{5\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-1\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{2(3)-\sqrt{3}}{5(3)}$

$=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{6-\sqrt{3}}{15}$

$=\frac{5(\sqrt{3}-1)-(6-\sqrt{3})}{15}=\frac{5\sqrt{3}-5-6+\sqrt{3}}{15}=\frac{6\sqrt{3}-11}{15}$

توحيد مقامات

	2	60
	2	30
خارج الجذر ← 2	5	15
	3	3

داخل الجذر ← ×

$\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

خارج الجذر ← 3	3	99
	3	33
داخل الجذر ←	11	11
		1

$\sqrt{99}=3\sqrt{11}$

$\sqrt{33}=\sqrt{3\times11}=\sqrt{3}\times\sqrt{11}$

[1 – 1 – 2]	استعمال الحاسبة والتقريب لتبسيط الجمل العددية

بعض خواص الأسس المهمة :

- أذا تساوت الأساسات عند الضرب تجمع الأسس .

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad , 2^3 \times 2^5 = 2^8$$

- اذا تساوت الأساسات عند القسمة تطرح الأسس .

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} , \quad \frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$$

- عند الرفع تضرب الأسس .

$$(a^n)^m = a^{n\times m} \ , \ (2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$$

- اذا كان العدد في البسط وأسهُ سالب ننزلهُ الى المقام ليصبح أسهُ موجبًا .

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2} \ , \quad 2^{-3} = \frac{2}{2^3}$$

- اذا كان العدد في المقام وأسهُ سالب نرفعهُ الى البسط ليصبح أسهُ موجبًا .

$$\frac{1}{a^{-3}} = a^3 \ , \ \frac{1}{2^{-5}} = 2^5$$

مثال : أستعمل ترتيب العمليات و اكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين مستعملا الحاسبة :

1. $9^{-\frac{3}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3\times\frac{-3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \simeq 0.04$
2. $\left(\sqrt{7}\right)^2 \simeq \cdots H.W$
3. $2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{10+2-9}{6}} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \approx 1.41$
4. $5^2 \div 5^{\frac{3}{2}} = \cdots H.W \quad \Longrightarrow \quad Ans \approx 2.24$
5. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3^{-2} - 2^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1^2}{2^2}\right) + \frac{1}{3^2} - \sqrt{2^3}$
   $= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \sqrt{8} \approx 0.25 + 0.11 - 2.83 \approx -2.47$
6. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3^{-3} - 3^{\frac{3}{2}} = \cdots H.W \quad \Longrightarrow \quad Ans \approx -5.04$

مثال : أستعمل ترتيب العمليات و اكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين مستعملا الحاسبة:

1. $8^{\frac{1}{3}} - (-8)^0 + 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{8} - 1 + 9 \times \sqrt{3}$
   $= 2 - 1 + 9\sqrt{3} \simeq 1 + 9(1.73)$
   $\simeq 1 + 15.57 \simeq 16.57$

اي عدد اسهُ صفر
يساوي واحد في 1

نستخدم فرق بين مربعين في 5

2. $(27)^{\frac{1}{2}} - (-9)^0 - 3^2 \times (5)^{\frac{1}{2}} \simeq \cdots H.W \quad \Rightarrow \quad Ans \simeq 22.12$

3. $\left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^0 + (121)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \simeq \cdots H.W \quad \Rightarrow \quad Ans \simeq 2.86$

مثال: استعمل العمليات و اكتب مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة:

مثال: استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

عند تحريك الفارزة الى جهة اليسار نُضيف اس موجب و اذا تحركت الى اليمين نضيف أس سالب. و تكون الإضافة بقدر عدد المراتب التي تحركت بها الفارزة

$$\left(10^{\text{عدد المراتب}}\right) \xrightarrow{-} \text{يمين} \quad , \quad \text{يسار} \xleftarrow{+}$$

1) $7.6 \times 10^{-4} - 0.4135 \times 10^{-3} = 7.6 \times 10^{-4} - 4.135 \times 10^{-4} = (7.6 - 4.135) \times 10^{-4}$
$= 3.465 \times 10^{-4} \approx 3.47 \times 10^{-4}$

2) $0.052 \times 10^4 + 7.13 \times 10^2 = 5.2 \times 10^2 + 7.13 \times 10^2 = (5.2 + 7.13) \times 10^2$
$= 12.33 \times 10^2$

3) $(7.83 \times 10^{-5})^2 = (7.83 \times 10^{-5})(7.83 \times 10^{-5}) = 61.3089 \times 10^{-10} \approx 61.31 \times 10^{-10}$

4) $4.86 \times 10^2 \div 0.55 \times 10^5 = (4.86 \div 0.55) \times 10^2 \times 10^{-5} = 8.836 \times 10^{-3}$

تأكد من فهمك

مثال: بسط الجمل العددية الأتية :

[1] $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$

[2] $(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = \sqrt{7} \times \sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{7} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}$
$= 7 - \sqrt{14} - \sqrt{14} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$

[3] $(\sqrt{125} - \sqrt{20})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right) = (5\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right) = 3\sqrt{5} \times \frac{2}{3}$
$= 2\sqrt{5}$

2	20
2	10
5	5
$2\sqrt{5}$	1

5	125
5	25
5	5
$5\sqrt{5}$	1

[4] $\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{5(-3)} \div \frac{2 \times 2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$
$= \frac{8\sqrt{3}}{-15} \div \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{-15} \div \frac{4\sqrt{3}}{2}$
$= \frac{8\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2}{4\sqrt{3}} = \frac{-4}{15}$

2	8
2	4
2	2
$2\sqrt{2}$	1

2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{3}$	1

2	24
2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{5}$	1

مثال: بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

[1] $\sqrt{7}\left(\sqrt{28}-\sqrt{2}\right)-5=\sqrt{7}(2\sqrt{7}-\sqrt{2})-5=\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{2}-5$

$=14-\sqrt{14}-5=9-\sqrt{14}=9-3.74\ =5.26\approx 5.3$

2	28
2	14
7	7
$2\sqrt{7}$	1

[2] $(-125)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{12}\right)=\sqrt[3]{-125}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\times 2\sqrt{3}\right)$

$=-5\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)=-5\times\frac{1}{10}\sqrt{3}+5\times\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$=\frac{-1}{2}\sqrt{3}+\frac{5}{2}\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}=2\times 1.73=3.46$

2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{3}$	1

مثال: بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد :

[1] $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\times 1-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}-3}{12}$

[2] $\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(1-2\sqrt{5})}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\times 1-\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}-10}{5}$

2	20
2	10
5	5
$2\sqrt{5}$	1

[3] $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}==\frac{\sqrt{3}(5\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{6}(10-\sqrt{6})}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\frac{\sqrt{3}\times 5\sqrt{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{6}\times 10-\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{12}$

$=\frac{5\sqrt{6}-3}{6}-\frac{10\sqrt{6}-6}{12}=\frac{10\sqrt{6}-6-10\sqrt{6}+6}{12}=\frac{0}{12}=0$

مثال: استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين مستعملا الحاسبة لكل مما يأتي:

[1] $\left(\frac{1}{3}\right)^2+3^{-3}-3^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}-\sqrt{3^3}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}-\sqrt{27}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}-3\sqrt{3}$

$=0.111+0.037-3(1.73)$

$=0.148-5.19=-5.042\approx -5.04$

2	50
5	25
5	5
$5\sqrt{2}$	1

[2] $27^{\frac{1}{2}}-(-9)^0+3^2\times 5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{27}-1+9\times\sqrt{5}==3\sqrt{3}-1+9\times 2.236$

$=3\times 1.73-1+20.124$

$=5.19-1+20.124=24.314\approx 24.31$

مثال : استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

[1] $6.43\times 10^{-5}-0.25\times 10^{-4}=0.643\times 10^{-4}-0.25\times 10^{-4}=(0.643-0.25)\times 10^{-4}$

$=0.393\times 10^{-4}\approx 0.39\times 10^{-4}$

[2] $(9.23\times 10^{-3})^2=9.23\times 10^{-3}\times 9.23\times 10^{-3}=85.192\times 10^{-6}\approx 85.19\times 10^{-6}$

تدرب وحل التمرينات

مثال: بسط الجمل العددية الآتية :

[1] $\left(\sqrt{18}-\sqrt{50}\right)\left(\frac{-27}{64}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(3\sqrt{2}-5\sqrt{2}\right)\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}\right)=-2\sqrt{2}\times\frac{-3}{4}=\frac{6\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

[2] $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}}\div\frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}}=\frac{2\sqrt{3}}{3\times5}\div\frac{5\times2}{5}=\frac{2\sqrt{3}}{15}\div\frac{10}{5}=\frac{2\sqrt{3}}{15}\times\frac{5}{10}=\frac{\sqrt{3}}{15}$

مثال: بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$7\sqrt{\frac{2}{49}}-3\sqrt{\frac{8}{81}}+\sqrt{\frac{18}{36}}=7\times\frac{\sqrt{2}}{7}-3\times\frac{\sqrt{8}}{9}+\frac{\sqrt{18}}{6}=\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{3\sqrt{2}}{6}=\frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{6}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$$
$$=\frac{5\times1.41}{6}=\frac{7.05}{6}=1.17\approx1.2$$

مثال: بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد

[1] $\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-3\sqrt{5})-3\sqrt{5}(\sqrt{7}-3\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(3\sqrt{5})^2}$

$$=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times3\sqrt{5}-3\sqrt{5}\times\sqrt{7}+3\sqrt{5}\times3\sqrt{5}}{7-45}$$
$$=\frac{7-3\sqrt{35}-3\sqrt{35}+45}{-38}=\frac{52-6\sqrt{35}}{-38}=\frac{-52+6\sqrt{35}}{38}$$

[2] $\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}}-\frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}}-\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}$

$$=\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}}\times\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}-\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}=\frac{(\sqrt{33}-\sqrt{11})\sqrt{11}}{3\sqrt{11}\times\sqrt{11}}-\frac{(2\sqrt{15}-\sqrt{5})\sqrt{15}}{5\sqrt{15}\times\sqrt{15}}$$

$$=\frac{\sqrt{33}\times\sqrt{11}-\sqrt{11}\times\sqrt{11}}{3\times11}-\frac{2\sqrt{15}\times\sqrt{15}-\sqrt{5}\times\sqrt{15}}{5\times15}$$

$$=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{11}\times\sqrt{11}-11}{33}-\frac{2\times15-\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{75}=\frac{11\sqrt{3}-11}{33}-\frac{30-5\sqrt{3}}{75}$$

$$\frac{11(\sqrt{3}-1)}{33}-\frac{5(6-\sqrt{3})}{75}=\frac{(\sqrt{3}-1)}{3}-\frac{(6-\sqrt{3})}{15}=\frac{5(\sqrt{3}-1)-(6-\sqrt{3})}{15}\ \frac{5\sqrt{3}-5-6+\sqrt{3}}{15}=\frac{-11-6\sqrt{3}}{15}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال : الأقمار الصناعية : يستعمل القمر الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل إشارات التلفاز والمكالمات الهاتفية في جميع أنحاء العالم والتنبؤ بالطقس وتعقب الأعاصير اذ تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة بها حول الأرض وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية $v = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}}$ m/sec اذ r نصف قطر المدار (بعد القمر عن مركز الأرض) . ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر المدار 300km ؟

الحل نحول نصف القطر من km الى m

$$r = 300km = 300 \times 1000 = 3 \times 10^5 m$$

$$V = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{3\times10^5}} = \sqrt{\frac{4\times10^{14-5}}{3}} = \frac{2\times\sqrt{10^9}}{\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{10}\times\sqrt{10^8}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{10}\times10^4}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}\times10^4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{30}\times10^4}{3} = \frac{2\times5.47\times10^4}{3} = \frac{10.94\times10^4}{3} = 3.65 \times 10^4$$

سؤال: مكافحة الحرائق : تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضخ من سيارات الحريق بالقانون : $V = \sqrt{2hg}$ foot/sec اذ h تمثل أقصى ارتفاع للماء و g يمثل سرعة التعجيل الأرضي $(32\ foo/sec^2)$ لإطفاء الحريق في الغابات تحتاج إدارة مكافحة الحرائق في الدفاع المدني الى مضخة لتضخ الماء الى ارتفاع 80 foot فهل تفي بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة 72 foot/sec

الحل V : السرعة . أقصى ارتفاع $h = 80\ foot$. *التعجيل الأرضي* $g = 32\ foo/sec^2$

$V = \sqrt{2hg} \implies 72 = \sqrt{2\times h\times 32} \implies \implies 72 = \sqrt{64\times h}$ بتربيع الطرفين

$5184 = 64 \times h$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الأرتفاع

$h = \frac{5184}{64} = 81 \implies$ نعم : مضخة الماء تفي بالحاجة

سؤال : هندسة : جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة البيت اذا كان ارتفاعه $\sqrt{18} - \sqrt{3}$ m وطول قاعدته $3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ m

الحل مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الأرتفاع

$$A = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{18} - \sqrt{3}) = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$= \frac{1}{2}\left[(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2\right] = \frac{1}{2}(18 - 3) = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5\ m^2$$

فـــكـــــر

سؤال: أثبت صحة ما يأتي : $\left(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)=2$

الحل

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

$H.S=\left(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)=\left(7^{\frac{1}{3}}\right)^3-\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3=7-5=2$ $R.H.S$

سؤال : أصحح الخطأ : كتب شاكر ناتج جمع العددين كالآتي :

$8.4\times10^{-3}+0.25\times10^{-2}=4.368\times10^{-3}$ **حدد خطأ شاكر وصححه .**

الحل

$8.4\times10^{-3}+0.25\times10^{-2}=8.4\times10^{-3}+2.5\times10^{-3}=(8.4+2.5)\times10^{-3}=10.9\times10^{-3}$

سؤال : حس عددي : هل أن العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟

الحل

5	125
5	25
5	5
	1
$5\sqrt{5}$	

$\sqrt{125}=5\sqrt{5}=5\times2.23=11.15$

نعم العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟

سؤال : أكتب // ناتج الجمع بالتقريب لأقرب عشر : $6^{\frac{3}{2}}+5^{\frac{3}{2}}$

الحل

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1
$6\sqrt{6}$	

5	125
5	25
5	5
	1
$5\sqrt{5}$	

$6^{\frac{3}{2}}+5^{\frac{3}{2}}=\sqrt{6^3}+\sqrt{5^3}=\sqrt{216}+\sqrt{125}$

$=6\sqrt{6}+5\sqrt{5}=6\times2.44+5\times2.23$

$=14.64+11.15=25.79\approx25.8$

مراجعة الفصل

تدريب (1) : بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{5+\sqrt{10}+\sqrt{10}+2}{5-2}$$

$$=\frac{7+2\sqrt{10}}{3}=\frac{7+2(3.16)}{3}=\frac{7+6.32}{3}=\frac{13.32}{3}=4.44\approx 4.4$$

تدريب (2) : استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

$$6.25\times10^3\div0.05\times10^6=(6.25\div0.05)\times10^{3-6}=125\times10^{-3}=0.125\times10^{12}\approx0.13\times10^{12}$$

مثال 1: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$(-8)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\frac{1}{3}\sqrt{18}\right)=\sqrt[3]{-8}\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\frac{1}{3}\times3\sqrt{2}\right)=-2\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)=-2\times\frac{1}{4}\sqrt{2}+2\sqrt{2}$$

$$=\frac{-1}{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2}$$

$$=\frac{-\sqrt{2}+4\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{2}=\frac{3}{2}\times1.41=\frac{4.23}{2}\approx2.11=2.1$$

مثال 2 : استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

$$0.016\times10^4+1.957\times10^3=0.16\times10^3+1.957\times10^3=(0.16+1.957)\times10^3=2.117\times10^3$$
$$\approx2.12\times10^3$$

أختبار الفصل

سؤال : بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية :

[1] $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3}+\sqrt{5}\times\sqrt{5}=3+\sqrt{15}+\sqrt{15}+5$

$=8+2\sqrt{15}$

[2] $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{2}-5\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{3-\sqrt{18}}{3}-\frac{\sqrt{16}-5\sqrt{2}}{6}=\frac{3-3\sqrt{2}}{3}-\frac{4-5\sqrt{2}}{6}$

$=\frac{6-6\sqrt{2}-4+5\sqrt{2}}{6}=\frac{2-\sqrt{2}}{6}$

سؤال: استعمل ترتيب العمليات والحاسبة لتكتب كل مما يلي مقرباً لأقرب عشر :

$$\left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{0}+(121)^{\frac{1}{2}}\times\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt[3]{125}}-1+\sqrt{121}\times\frac{1}{\sqrt{9}}=\frac{1}{5}-1+\frac{11}{3}$$
$$=0.2-1+3.66\approx 2.86\approx 2.9$$

الاختيار من متعدد

سؤال: أختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

❶ بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

[1] $(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7})=\cdots\cdots$

a) $2+9\sqrt{7}$ b) $2+9\sqrt{2}$
c) $9+2\sqrt{14}$ d) $2+9\sqrt{14}$

الحل

$$(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7})=(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2$$
$$=2+2\sqrt{2}\times\sqrt{7}+7$$
$$=9+2\sqrt{14}$$

الجواب فرع : (c)

[2] $(\sqrt{18}-\sqrt{8})\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}\right)=\cdots\cdots$

a) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$

الحل

$$(\sqrt{18}-\sqrt{8})\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}\right)=(3\sqrt{2}-2\sqrt{2})\left(\frac{-3}{5}\right)$$
$$=(\sqrt{2})\left(\frac{-3}{5}\right)=\frac{-3\sqrt{2}}{5}$$

الجواب فرع : (d)

❷ بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

[3] $\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}}\div\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}}=\cdots\cdots$

a) $\frac{-5}{2}$ b) $\frac{-2}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$

الحل

$$\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}}\div\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}}=\frac{6\times5\sqrt{2}}{3(-2)}\div\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$
$$=\frac{10\sqrt{2}}{-2}\div2\sqrt{2}=-5\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{-5}{2}$$

الجواب فرع : (a)

[4] $\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6}=\cdots\cdots$

a) $5-4\sqrt{6}$ b) $5+4\sqrt{6}$
c) $4-5\sqrt{6}$ d) $4+5\sqrt{6}$

الحل

$$\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6}=2\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6}$$
$$=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}-3\sqrt{6}$$
$$=4-2\sqrt{6}-3\sqrt{6}=4-5\sqrt{6}$$

الجواب فرع : (c)

الأستاذ نوار التميمي

ماجستير علوم رياضيات

مدرس مادة الرياضيات لمدارس

المتميزين والمدارس الاعتيادية

07831743060

07710316312

مطبعة القمة

للطباعة والنشر 07706900861

لخدمات التصميم

@MaysamAdnann

07700570665